

算数数学学習指導研究委員会

一 テーマ

数学的に考え、表現する力を育む指導のあり方

～根拠を伝え合う場面を通して～

二 テーマ設定の理由

本委員会の昨年度の取り組みでは、「数学的に表現する力を大切にしたい」「根拠を伝え合うことに焦点を絞って研究したい」という願いのもとで研究を進めた。昨年度の課題として、「考えを積極的に伝えたい学習問題になっているか」「既習内容を用いて考えることができるか」「目的に応じて必要な根拠を述べているか」「ペアやグループで話し合う必要がある場面か」などが挙げられた。

そこで、本年度の委員会では、上記を課題として、根拠を伝え合うことに焦点を絞って研究することにした。数学的な根拠には、① 事柄や事実を説明する「～は…である」②方法を説明する「～を用いて…する」③理由を説明する「～であるから…である」などがあるが、単元や場面に合わせて必要な根拠を述べなければいけない。こうして、相手に正確に伝えるために根拠を修正したり、互いの根拠を解釈したりすることにより、自身の考えを深めたり、知識や技能を定着させたりすることができるだろう。

このことから、本年度の研究テーマを「数学的に考え、表現する力を育む指導のあり方 ～根拠を伝え合う場面を通して～」と設定した。

三 研究の経過

回	月 日	会 場	内 容
1	4月30日(木)	丸子北中学校	自己紹介・係選出・研究テーマ決定
	各自で研究を進める		
2	11月 9日(月)	教育会館	研究のまとめ・反省

四 研究の内容

1. 豊殿小学校の実践

3年担任 高橋 幸江

(1) 主 眼

繰り上がりが1回ある(2位数)×(1位数)の筆算を解くことができる子どもたちが、繰り上がりが2回ある場合の(2位数)×(1位数)の筆算の仕方を考える場面で、一の位と十の位を分けて計算し、意味を考えることを通して、(2位数)×(1位数)の計算を筆算でできる。

(2) 本時の位置(全14時間扱い中の第6時)

前 時: 十の位に繰り上がりが1回ある場合の(2位数)×(1位数)の筆算の仕方を考え、正しく筆算で計算することができる。

次 時: 簡単な(2位数)×(1位数)の暗算が正しくできる。

(3) 指導上の留意点

- 個別の指導計画を作成している2名の児童について、必要な支援を行う。
 - ・ 字形が整わない児童については、教師や友達に自分の書いた字を見せるという相手意識を持ち、丁寧な字で書こうとする場面を設定する。
 - ・ 活動の見通しをもちにくい児童については、ホワイトボードに授業の流れを提示し、自分で見て確認できるようにする。また、筆算の解き方が分かるように、解き方が視覚的に分かるように提示する。
- 筆算の考え方と筆算の解き方が一致できるように、繰り上がった数を書いて計算するようおさえる。

4. 展開

段階	学習活動	予想される児童の反応	発問『 』、指導・支援、 評価
課題把握	1. 復習問題を解き、学習問題をつかむ。	<ul style="list-style-type: none"> ・ 最後の問題の解き方が分からない。 ・ 2回繰り上がりがでてきた。今までは一回しかなかった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 復習問題の最後の1問を学習問題にし、既習内容との違いに気付けるようにする。
	2. 問題を解く見通しをもつ。	<ul style="list-style-type: none"> ・ 数え棒を使う。 ・ 43を40と3に分ける。 	『繰り上がりが2回ある筆算を解くときは、どうやったら解けそうかな。』
		【学習問題】	
		くり上がりが2回あるときのかけ算の筆算はどうやるんだろう。	
		【学習課題】	
		数え棒を使ったり、一の位と十の位を分けたりして考えてみよう。	

追 究	個人 追究	3. 筆算の仕方を考える。	<ul style="list-style-type: none"> まず、43を40と3に分ける 次に、一の位は3×6で18、十の位は40×6で240。 最後に、$18 + 240$で258。 	『「まず」、「次に」、「最後に」の言葉を使って、筆算の考え方をノートにまとめてみましょう。』
	共同 追究	4. 考えた筆算の仕方を発表する。	<ul style="list-style-type: none"> 一の位の$3 \times 6 = 18$の10は、繰り上げるから、十の位の40×6の240に足さないといけない。 十の位は4×6じゃなくて40×6のことなんだ。 十の位の40×6の240の2は、十の位じゃなくて、百の位に書くんだ。 	<ul style="list-style-type: none"> 筆算の解き方の説明になっている場合は、筆算の意味を説明するよう促す。
追 究	まとめ	5. 19×6 、 27×8 を筆算で解く。	<ul style="list-style-type: none"> まず、19を10と9に分ける 次に、一の位は9×6で54、十の位は10×6で60。 最後に、$54 + 60$で114。 1じゃない数を繰り上げる。足し算や引き算の筆算とは違うぞ。 5は繰り上がったから、$10 \times 6 = 60$にたさないといけない。 	<ul style="list-style-type: none"> 加減の筆算との違いに留意できるようにする。 『$9 \times 6 = 54$の繰り上がった5はどうすればいいかな。』
		6. まとめ	<ul style="list-style-type: none"> 繰り上がった数を書いて、忘れずに足すこと。 十の位の繰り上がりは、百の位に書くよ。 	『どんなことに気をつけて筆算の計算をしたらいいかな。』
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">【まとめ】</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">繰り上がった数に気をつけて計算する。</div>		
一 般 化	定着・活用	7. 定着問題を解く。 8. 振り返りを書く。	<ul style="list-style-type: none"> 繰り上がった数を書いておくことが大切だと分かった。 一の位のかけ算の答えの繰り上がりは、十の位のかけ算の答えの数に足すことが分かった。 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">(2位数) × (1位数) の計算を筆算でできる。(技能)</div> <ul style="list-style-type: none"> 繰り上がりがある場合の筆算の仕方をおさえる。 『今日の授業でどんなことが分かりましたか。』

(1) 単元名 「10より大きい数」

(2) 主眼

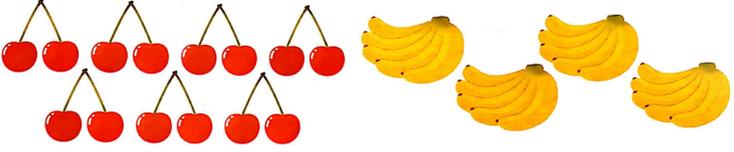
果物の数を数える場面で、果物がいくつずつのまとまりになっているかに着目することを通して、数のまとまりに着目し、「2ずつ」「5ずつ」で工夫して数えることができる。

(3) 本時の位置 (全8時間扱い中 第3時)

<前時> 20までの数を数字や数図ブロックで表したり、20までの数の大小比較をしたりした。

<次時> 「10といくつ」という見方を通して、20までの数について理解を深めたり、身の回りから20までの数のものを見つけたりする。

(4) 展開

過程	学習活動	予想される児童の反応 (◎)	指導・支援と〔評価〕
導 入	1、問題を把握する。 さくらんぼの数はいくつかな？ バナナの数はいくつかな？ 		<ul style="list-style-type: none"> 問題文と絵を黒板に掲示し、それぞれいくつあるのかに興味・関心をもつことができるようにする。
	3、それぞれの果物が何個あるのか、既習の考え方で数え、他にも数え方がないのか考える。	◎先生たくさん取ったね。 ◎何個あるんだろう。 ◎いち、に、さん、し・・・。 ◎さくらんぼは、10と4だから14こだね。 ◎バナナは10と10だから20だよ。 ◎1つずつ以外にはどうやって数えたらいいかな。	<ul style="list-style-type: none"> どのように数えたか、児童から引き出す。 もっと
	学習問題：1つずつ以外の数え方を考えよう。		
4、見通しをもつ。	◎さくらんぼは2つずつになっているな。 ◎2つずつで数えられそうだな。 ◎バナナは5つずつだね。 ◎5こずつ数えられそうだな。 ◎どうやって言ったらいいのかな。 ◎大人の人が「に、し、ろう、や、とお」って言ってたよ。 ◎5は「ご、じゅう、じゅうご、にじゅう」で数えられそうだな。	<ul style="list-style-type: none"> 	
学習課題：「2ずつ」や「5ずつ」で数えてみよう。			
5、「2ずつ」「5ずつ」の数え方の確認をする。	◎「に、し、ろう、や、とお、じゅうに、じゅうし、じゅうろく、じゅうはち、にじゅう」だね。		
6、さくらんぼとバナナの数え方を「2ずつ」「5ずつ」で数える。	◎さくらんぼは「に、し、ろう、や、とお、じゅうに、じゅうし」だね。 ◎バナナは「ご、じゅう、じゅうご」だね。		

展 開	7、活用問題に取り組む。	◎	・ 評価：「2ずつ」「5ずつ」を使 って工夫して数えてい る。
終 末	7、ふり返り	◎ 2 こずつや5 こずつ数え ると、早く数えられたよ。 ◎ いろんなものを2こずつや5 こずつで数えたいな。 ◎ 他の数え方もやってみたい な。	・分かったことや気づいたことを ワークシートに書いたり、友達 の意見を聞いたりすることで、 本時学んだことを確認する。

3. 青木中学校の実践（宿題プリント）

数学科 瀧澤清

数学科でプリントを作成し、生徒の学習状況に合わせて宿題を出している。（一部を掲載）

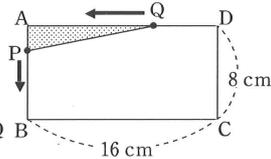
Weekend Study 9	2次方程式利用	青木中3年 組 番	評価
		名前	

1. 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 4x - 21 = 0$ (2) $x^2 - 13x + 36 = 0$ (3) $4x^2 = 28x$

2. x の2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が 2, -7 であるとき, a, b の値を求めなさい。

3. 右の図のような長方形 ABCD がある。点 P は点 A を出発して、辺 AB 上を毎秒 1 cm の速さで図の矢印の向きに、点 B まで動く。また、点 Q は点 P と同時に点 D を出発して、辺 DA 上を毎秒 2 cm の速さで図の矢印の向きに、点 A まで動く。このとき、 $\triangle APQ$ の面積が 8 cm^2 になるのは、点 P が点 A を出発してから何秒後か求めなさい。



自己評価 (○をする)	かかった時間 _____ 分	感想・質問
A: 理解できている	B: 不安なところがある	
C: まだ自信がない	→ (_____ 番)	

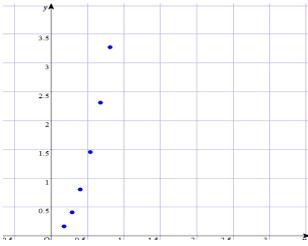
4. 依田窪南部中学校の実践（3年 関数 $y=ax^2$ の利用）

数学科 有賀 祥太郎

(1) 主眼

物が落ち始めてから1秒後に何 m 落ちるかを求めたい生徒が、タブレットで撮影した映像をもとに落下する時間と落下した距離の記録を表やグラフにまとめ、変化のようすを調べる場面で、グラフから関数 $y=ax^2$ になるとみなし、班で話し合っってグラフの座標を式に代入することを通して、 a の値を求めて1秒後に何 m 落ちるかを求めることができる。

(2) 展開

段階	学習活動	予想される生徒の反応	支援（・）と評価	時間
課題把握	1 前時の確認をする。【全体】 2 学習問題を確認する。【全体】 3 タブレットの映像から時間を計って表とグラフにまとめる。【班】	ア 1秒後に何 m 落ちるのかを考えた。 イ ボールを落とす実験をした。 ウ 今日は何秒で落ちたかタブレットのiMovieを使って測る。 エ 表にしたりグラフにしたりしてまとめる。 【学習問題】 実験の結果を表やグラフにまとめ、変化のようすを調べ	・前時の授業内容を振り返り、本時の追究の見通しをもつことができるようにする。 ・タブレットのiMovieを使って落下した時間を計測することを確認する。	15
	見通しをもつ	4 学習課題を設定する。【全体】 カ グラフだとこうなった。  キ 関数 $y=ax^2$ になっていそうだね。 ク 式からなら1秒後に何 m 落ちたか正確に求められそう。 ケ y は落ちた距離、 x は落ちた時間を表している。 コ 比例定数 a を求めればよいと思う。 サ x に1を代入すれば1秒後に何 m 落ちたか求められる。 【学習課題】 関数 $y=ax^2$ とみなして、変化のようすを式に表し、1秒後に何 m 落ちるか求	・iMovie に表示されている落下時間を $1/4$ すると実際の落下した時間になることを確認する。 ・グラフから何がわかるかを各班に問うことで、関数 $y=ax^2$ のグラフとみなすことができるようにする。 ・1秒後に何 m 落ちるかを正確に求めるためにはどうすればいいかを問うことで、式を使って求めればよいという見通しをもつことができるようにする。 ・ $y=ax^2$ の x や y が何を表しているのかやあと何がわかればいいのかを問うことで、グラフの座標の数値をもとに比例定数 a を求め、式を立てるという見通しをもつことができるようにする。	

追究	グループ追究	<p>5 座標から変化のようすを式に表し、1秒後に何 m 落ちるか求める。</p> <p>【班】</p> <p>6 各班の計算結果を発表し合う。</p> <p>【全体】</p>	<p>ケ それぞれの座標を代入して a を求めれば良さそうだね。</p> <p>コ それぞれの座標を代入してその平均で求めると $y=5x^2$ になりそうだ。</p> <p>サ だから1秒で5m落ちることになる。</p> <p>シ 5つの座標を $y=ax^2$ に代入して、それぞれ a の値を求めて、それを平均したら $a=4.98$ になって、式は $y=4.98x^2$。よって、1秒間に 4.98m 落ちると考えた。</p> <p>ス 4m のときに 0.9 秒で落ちたので、$y=ax^2$ に代入すると $a=4.94$ になって、式は $y=4.94x^2$。よって、1秒間に 4.94m 落ちると考えた。</p>	<p>・班ごとでホワイトボードに a の値をどのように求め、1秒後に何 m 落ちたかを書くように促す。</p> <p>・1秒後に何 m 落下するかを求められない班にはそれぞれの座標を代入して一つ一つの座標で a を求めることを促すことで、a の値を平均して求めると見通しをもつことができる。</p> <p>班で x と y の値を $y=ax^2$ に代入して a の値を求めて式に表し、1秒後に何 m 落下するかを求めるこ</p>	15
	全体追究				10
一般化	定着・活用	<p>5 本時を振り返ってわかったことや感想を発表する。</p> <p>【個人】</p>	<p>ス タブレットの映像から落下時間を求め、$y=ax^2$ になっていることがわかった。</p> <p>セ 座標から a の値を求めて、1秒後の落下距離を求めることができた。</p>	<p>・今回の授業を通してわかったことや感想を振り返り、学習カードに記入するように促すことで、本時の学習内容を振り返ることができるようにする。</p>	5

II 授業の実際と考察

- 1 【見通しをもつ場面】実験の記録を表やグラフにまとめ、グラフの形状が放物線に見えることから落下距離 y は落下時間 x の 2 乗に比例する関数になりそうと考えた B 生。

<p>A 生 1：うーん、2 次関数っぽい。2 次関数だよな、これ？うーん、わかんない。</p> <p>B 生 1：見せて。</p> <p>A 生 2：いいよ。</p> <p>B 生 2：(A 生のグラフと自分のグラフを見比べる。)</p> <p>T 1：どう？グラフから何がわかりそう？</p> <p>B 生 3：(放物線になるということをジェスチャーで表す。)</p> <p>A 生 3：うんうん。</p> <p>B 生 4：なんてゆうの？ああ、2 次関数。</p> <p>T 2：そうなりそうだね。</p>
--

[考察] どんな関数になるかをみなす場面で、A 生はグラフが曲線になっていそうだと判断し、おそらく 2 次関数になると考えていた。B 生も A 生のグラフと自分のグラフを比較しながら 2 乗に比例する関数になりそうだと考えていた。グラフの形状から判断するように促したことは B 生にとってどんな関数になりそうかを考えることには有効であったと考えられる。

しかし、2 人とも 2 乗に比例する関数であると確信していたわけではなかったようである。教師は 2 乗に比例する関数になるとみなしていると判断したので、T2 のような声かけをしたが、抽象化を急ぐ問いかけをするのではなく、生徒の素直な思いを聞き取るように心がけることで、本時の山場である 2 乗に比例する関数とみなすことについて深めていくことができたと考えられる。

例えば、T2 を修正することで、次のようなやりとりが考えられる。

(例) T 2: 本当に2次関数になっていそうかな?

B生5: うーん。本当になって言われたら微妙だよな。

A生4: だよな。

T 3: どうなってるんだろうね?探ってみたいよね?

このあと、グラフが原点を通ることから2乗に比例する関数か比例かを考えたり、 $y = ax^2$ や $y = ax$ の式に代入したりして、 $y = ax^2$ になると考えるだろう。また、困った班は他の班を見に行き他の班の人に意見を聞いたり、必要な班はもう少し記録を取りたいと言ってもう一度実験を行ったりすることが考えられる。A生・B生の班はなんとなく2乗に比例する関数と判断していたが、他の班のグラフを見ると2乗に比例する関数と判断できるものもあれば、比例や一次関数のように直線的に見える班もあったので、全体追究で他の班のグラフを提示して一緒に考えるということがあってもよかったと考える。

2 【1秒後に何m落ちるか求める場面】実験の記録からどうやって求めるのかを同じ班の友との関わりの中で決めていき、協力して求めるB生。

B生5: a求めるんだよな?どれでやるの?

C生1: とりあえず、4mのときのを代入しよう。

A生5: (0.9秒で4m落下したことから、 $x=0.9$ 、 $y=4$ を代入して求める。) 4.93くらい。

B生6: 他の記録はどうするの?

C生2: 他にも求めて、ええと、平均すればいいんじゃない?

B生7: じゃあ全部求めるの?

C生3: だって記録取った意味なくなるし。

B生8: そっか。

A生6: じゃあ他のも求めよ。私0.5mやるから。(0.325秒で0.5m落下したことから、 $x=0.325$ 、 $y=0.5$ を代入して求める。) 4.76になった。

B生8: 1mのとき、0.4になった。

A生7: 2mのときどうなった?

C生4: まだ計算中。

A生8: 頑張っ。じゃあ私3.5mやるね。(0.85秒で3.5m落下したことから、 $x=0.85$ 、 $y=3.5$ を代入して求める。) 4.84。

C生5: 4.39だった。

B生9: じゃあC君平均して。

C生6: (4.76、4、4.39、4.84、4.93の和を5でわって) 4.58

[考察] B生は代入して求めることはわかっていたが、どの記録を代入するか、他の記録はどうするのかなどがわかっていなかった。しかし、C生の意見から全て求めて平均するという事に納得したB生はA生・C生と協力して求めることができた。とくに「だって他のやつやった意味なくなるし。」(C生3)という意見によって全ての記録を使って求

める理由を理解していた。

B 生は次のような振り返りをした。

○グラフから 2 次関数になっていることがわかった。班で協力して求めることができた。

B 生一人では多くのデータから正確な数値を求めようとすることができなかったが、グループ追究によって協力しながら求めることができたので、B 生にとってグループ追究は有効であったと考える。

班によっては端の点 2 つから求めている班もあれば、1 つの記録から求めている班もあったが、どの班も互いに納得しあって決め出した求め方であった。

3 各班の求めた結果

○1 班：1m のとき $a=6.25$ 。3m のとき $a=4.687$ 。平均して、 $a=5.6$

○2 班：0.5m のとき $a=4.76$ 。1m のとき $a=4$ 。2m のとき $a=4.39$ 。3.5m のとき $a=4.84$ 。
4m のとき $a=4.93$ 。平均して、 $a=4.58$

○3 班：1m のとき $a=4.94$ 。1.5m のとき $a=4.96$ 。2m のとき $a=5.56$ 。2.5m のとき $a=5.92$ 。4m のとき $a=4.94$ 。4.5m のとき $a=4.71$ 。平均して、 $a=5.18$

○4 班：4m のとき $a=4.94$ 。3m のとき $a=4.99$ 。平均して、 $a=4.97$ (約 5m)

○5 班：0.5m のとき $a=6.61$ 。1.5m のとき $a=4.96$ 。2m のとき $a=5.12$ 。3m のとき $a=4.69$ 。4m のとき $a=4.94$ 。平均して、 $a=5.258$

○6 班：4m のときの記録から、 $a=4.93$

[考察] 理想値は $a=4.9$ であることから、近い値を求めることができた班もあったが、近い値にならなかった班もあった。なぜ近い値にならなかったのか振り返り、実験方法や求める方法を変えてもう一度実験からやり直すことも必要なことである。

III 研究の成果とさらに究明したい点

1 研究の成果

- ・一昨年は実験を行ったときにストップウォッチで計測したので、正確な数値を出せずに生徒もそこに二次関数が存在しているという実感が持てないでいた。昨年からタブレットの「iMovie」で計測しているが、およそ正確な計測ができていて、数値も理想に近い値を出すことができています。
- ・計測結果を表やグラフに表すことで二次関数であっても関数関係をみいだすことができそうだということが生徒の姿からわかった。
- ・生徒の実生活と結びつく話題であることから実験のときには協力して楽しみながら取り組むことができる。

2 今後究明していきたいこと

- ・小単元 1 時間目 (前時) は学習問題を提示し、見通しをもったあと、実験を行った。実験してその様子をタブレットに撮影することは 1 時間目の中で終わったが、「iMovie」で編集・時間の計測は多大な時間を要することがわかったため教師が行った。しかし、それが生徒の中にある「自

分たちの大切なデータ」という意識を薄めてしまい、追究していく意欲や楽しさをなくしてしまったと考える。また、本校にはタブレットがあるが、タブレットがないと同様の実験は行えない。タブレットで撮影して「iMovie」で編集・時間の計測は正確な数値が出やすいが、手間と道具の準備という部分では課題がある。タブレットを用いなくても正確に手間がかからずにできる方法はないか考えていきたい。

- ・小単元 2 時間目（本時）は実験結果を表やグラフにまとめ、関数関係をみだし、その関数の式から 1 秒間に落下した距離を求めた。本時について 3 点のことを考えていきたい。
 - ①関数関係をみだすことと式から 1 秒間に落下した距離を求めることをつなげるためにはどんな手だてが必要か。
 - ②関数関係をみだすことを重点的に活動していく場合、本時はその活動のみに絞った方がいいのか。
 - ③関数関係をみだしたときに驚きや感動を生むような場面設定・手だての在り方。
- ・身近に 2 次関数になるような事象はどのようなものがあるのかを考えていきたい。

五. 委員名簿

推進係	丸子北中学校	津野 尚彦
委員長	依田窪南部中学校	有賀 祥太郎
委員	田中小学校	武田 光平
	丸子中央小学校	松原 僚
	豊殿小学校	高橋 幸江
	南小学校	金澤 修那
	東部中学校	増野 将之
	青木中学校	瀧澤 清
	第四中学校	小出 俊貴
	第六中学校	綿貫 泰正